

BILANGAN KHAYAL NOL (kn): Bilangan baru pengganti $1/0$ **Riyanto**

Staf Pengajar pada Jurusan Ilmu Pendidikan FKIP UNIB

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menjawab hasil bagi antara pembilang bukan bilangan nol dengan penyebut bilangan nol ($X : 0$; $X \neq 0$). Saat ini persoalan tersebut dijawab *tak ada definisinya*, akibatnya pembilang semula tidak dapat dilacak lagi. Metode yang digunakan adalah analisis deduktif (penyajian aksioma, perumusan teorema, dan diikuti bukti). Hasil analisis ditemukan bahwa untuk menghitung $X : 0$; $X \neq 0$ ditemukan bilangan khayal nol (kn) yang besarnya sama dengan $1/0$.

Kata kunci: Bilangan, khayal, nol

I. Pendahuluan

Klein yang dikutip Naga (1980) mengingatkan bahwa bilangan nol harus dengan hati-hati dipisahkan dari pengertian tentang ketiadaan. Pada suatu saat nol dapat dianggap sebagai suatu ungkapan tentang ketiadaan dan pada saat lain nol perlu dianggap sebagai bilangan. Dalam pernyataan nol telur atau nol ayam, nol dapat diartikan sebagai tiada telur dan tiada ayam. Demikian pula nol dalam susunan bilangan yang ditulis berdasarkan sistem letak bilangan dapat dianggap ketiadaan atau kekosongan pada letak itu. Misalnya bilangan 610 berarti bilangan yang terdiri atas enam ratusan, satu puluhan, dan tiada satuan. Namun dalam bentuk 25×0 , mulai dapat dilihat suatu peralihan dalam pengertiannya. Perkalian ini dapat berarti suatu penjumlahan berulang dari bilangan nol sebanyak 25 kali atau pengurangan bilangan yang sama (Riyanto, 1994). Selain itu, perkalian itupun dapat dianggap suatu rumusan berhitung. Sebagai suatu rumusan

berhitung 0 pada 25×0 perlu dianggap sebagai bilangan. Jika nol sebagai bilangan maka nol memiliki suatu nilai dan memiliki keajegan aturan.

Namun, saat ini nol merupakan bilangan yang hanya dapat dibagi dengan setiap bilangan yang tidak nol dengan hasil selalu nol serta merupakan bilangan yang tidak dapat berfungsi sebagai pembagi. Jika nol dipakai sebagai pembagi dengan pembilang bukan bilangan nol maka hasilnya tak terdefinisikan. Akibatnya, persoalan $X : 0$, untuk $X \neq 0$, tidak dapat dilacak lagi berapa besar pembilang semula. Selain itu, hasil kali cotg 90° dengan tg 90° juga tidak ada jawaban ($0 \times \text{tak ada definisi}$).

Berpijak pada nol sebagai bilangan mungkinkah ditemukan jawaban terhadap masalah di atas. Untuk menjawab masalah tersebut digunakan analisis deduktif (penyajian definisi, penyederhanaan definisi, perumusan teorema, dan pembuktian).

II. Pemecahan

a. Penyajian definisi

Nol memiliki banyak definisi, dalam tulisan ini hanya disajikan definisi yang berkaitan dengan nol sebagai pembagi terhadap pembilang bilangan tidak nol. Definisi yang sekarang diterima adalah jika nol sebagai penyebut terhadap pembilang bukan bilangan nol maka hasilnya tidak terdefinisikan. Definisi tersebut benar jika operasi hitung hanya dibatasi dalam daerah kerja himpunan bilangan nyata. Perjanjian ini diterima karena tidak ada bilangan yang jika dikalikan nol diperoleh hasil bilangan nyata atau semua bilangan jika dikalikan dengan nol maka hasilnya nol. Akibatnya, persoalan $X : 0$, untuk $X \neq 0$, tidak dapat dilacak lagi besar pembilang semula, jika jawabannya tak terdefinisikan. Misalnya, jika $1 : 0 = \text{tak ada definisi}$; $100 : 0 = \text{tak ada definisi}$, maka sulit menghitung $0 \times \text{tak ada definisi}$.

Untuk menjawab masalah pembagian tersebut perlu dirumuskan definisi baru, yaitu ditetapkan $1 : 0 = kn$ (bilangan khayal nol) atau $1 = kn \cdot 0$. Dengan ketetapan tersebut besar bilangan semula dapat dilacak. Misalnya, jika $1 : 0 = kn$ dan $100 : 0 = 100kn$, maka dapat dihitung $0 \times kn = 1$ dan $0 \times 100 kn = 100$; 1 dan 100 adalah bilangan pembilang awal. Definisi ini didasarkan pada asumsi bahwa hanya kn -lah yang jika dikalikan dengan nol maka

hasilnya sama dengan 1. Dengan diterimanya $kn = 1/0$ atau $1 = kn \cdot 0$ maka **definisi baru** untuk pembagi nol **terbentuk**.

b. Penyederhanaan definisi

Untuk memudahkan perhitungan definisi tersebut perlu disederhanakan, sebagai berikut: $X : 0$; $X \neq 0$, X diuraikan menjadi $X \cdot 1$, sehingga $X : 0 = X \cdot 1 : 0$

$$= X (1:0)$$

$$= X \cdot kn.$$

Jadi $X : 0 = Xkn$; $X \neq 0$.

c. Penyajian teorema

Jika kn sebagai bilangan maka kn memiliki sifat yang sama dengan bilangan lainnya, sehingga kn juga taat terhadap aturan perhitungan, kecuali jika kn dikalikan dengan nol. Perkecualian ini berimbas pada ketidakajegan perhitungan kn , pada pengurangan bilangan kn yang sama besarnya, seperti $kn - kn$ atau $2kn - 2kn$. Hasil pengurangan kn yang sama besarnya ada dua jawaban yaitu 0 dan 1. Hal ini terjadi karena definisi pengurangan bilangan nol ada dua (Riyanto, 1994). Karena itu, pengurangan kn yang memiliki besar sama diperkecualikan dalam penggunaan kn . Dengan kata lain, kn taat aturan perhitungan, jika tidak terjadi pengurangan kn yang besarnya sama. Meskipun demikian, fungsi kn masih besar peranannya dibandingkan dengan *tak ada definisi*.

Berpijak pada ketaatan aturan hitung dapat dirumuskan teorema berikut.

1. $akn + bkn = (a + b)kn$
2. $akn - bkn = (a - b)kn$, jika $a \neq b$
3. $kn \times kn = kn^2$
4. $kn : kn = 1$

III. Pembuktian

Untuk membuktikan kebenaran teorema di atas, berikut ini disajikan bukti keempat teorema tersebut.

1. $akn + bkn = (a + b)kn$
 - a. $5kn + 3kn = 8kn$ (dikalikan dengan nol)
$$5kn.0 + 3kn.0 = 8kn.0$$

$$5.1 + 3.1 = 8.1$$
 (terbukti)
 - b. $10kn + 40kn = 50kn$ (dikalikan dengan nol)
$$10kn.0 + 40kn.0 = 50kn.0$$

$$10 + 40 = 50$$
 (terbukti)
 - c. $5/0 + 25/0 = 30/0$

$$5kn + 25kn = 30kn$$
2. $akn - bkn = (a - b)kn$, jika $a \neq b$
 - a. $10kn - 5kn = 5kn$ (dikalikan dengan nol)
$$10kn.0 - 5kn.0 = 5kn.0$$

$$10 - 5 = 5$$
 (terbukti)
 - b. $kn - kn = 0$ dan 1 (dikalikan dengan nol)
$$kn.0 - kn.0 = 0.0$$

$$1 - 1 = 0$$
 (terbukti)

cara lain

$$kn(1 - 1) = 1$$

$$kn.0 = 1$$
 (terbukti)

3. $akn \times bkn = (ab)kn^2$
 - a. $kn \times kn = kn^2$ (dikalikan dengan nol²)
$$1 \times 1 = 1^2$$
 (terbukti)
 - b. $10kn \times 10kn = 100kn^2$ (dikalikan dengan nol²)
$$10 \times 10 = 100.1^2 = 100$$
 (terbukti)
 - c. $10kn \times 100kn \times 5kn = 5000kn^3$ (dikalikan dengan nol³)
$$10 \times 100 \times 5 = 5000.1^3 = 5000$$
 (terbukti)
4. $akn : bkn = a : b$
 - a. $10kn : 5kn = 2$
 - b. $50kn : 10kn = 5$
 - c. $kn : kn = 1$

Berdasarkan uraian di atas dapat dilihat beberapa keunggulan kn dibandingkan dengan *tak ada definisi*. Agar lebih jelas keunggulannya berikut ini diberikan beberapa contoh.

Contoh

Hitung hasil bagi dengan penyebut berikut: berikut.

1. $1 : 0$
2. $1000 : 0$
3. $1000000 : 0$
4. $1000000000 : 0$

Jawaban

Perjanjian lama

1. $1 : 0$ = *tak ada definisi*
2. $1000 : 0$ = *tak ada definisi*
3. $1000000 : 0$ = *tak ada definisi*

4. $1000000000 : 0 = \text{tak ada definisi}$

Jika jawaban nomor 1 s.d. 4 diubah dalam bentuk perkalian (0 . *tak ada definisi*), maka tak diperoleh jawaban.

Perjanjian baru

1. $1 : 0 = 1 \text{ kn} = \text{kn}$
2. $1000 : 0 = 1000 \text{ kn}$
3. $1000000 : 0 = 1000000 \text{ kn}$
4. $1000000000 : 0 = 1000000000 \text{ kn}$

Jika jawaban perjanjian baru diubah dalam bentuk perkalian maka hasilnya akan kembali pada pembilang awal. Bukti dapat diikuti sebagai berikut.

1. $1 = 1 \text{ kn} \times 0$
2. $1000 = 1000 \text{ kn} \times 0$
3. $1000000 = 1000000 \text{ kn} \times 0$
4. $1000000000 = 1000000000 \text{ kn} \times 0$

Dampak diperolehnya pembilang awal jika kn digunakan sebagai pengganti $1/0$ maka kn dapat digunakan untuk menjawab besarnya $\cotg 90^\circ$, sehingga tidak ada keraguan dalam menghitung hasil kali $\tg 90^\circ$ dengan $\cotg 90^\circ$.

Keraguan terjadi jika kita konsisten menggunakan $1/0 = \text{tak ada definisi}$ dipakai untuk menjawab $\cotg 90^\circ$. Misalnya:

$$\cotg 90^\circ \times \tg 90^\circ = \cos 90^\circ / \sin 90^\circ \times \sin 90^\circ / \cos 90^\circ$$

Jika digunakan $1/0 = \text{tak ada definisi}$ maka $\cotg 90^\circ \times \tg 90^\circ = 0 \times \text{tak ada definisi}$.

Jika digunakan kn sebagai pengganti $1/0$ definisi maka $\cotg 90^\circ \times \tg 90^\circ = 1$.

$$0/1 \times 1/0 = 0 \times \text{kn} = 1$$

IV. Simpulan dan Saran

a. Simpulan

Hasil analisis ditemukan bahwa untuk menghitung pembagi nol ditemukan bilangan khayal nol (kn) yang besarnya sama dengan $1/0$. Jadi $1 : 0 = \text{kn}$ dan $1 = \text{kn} \cdot 0$. Selain itu, juga ditemukan jawaban yang konsisten dari $\cotg 90^\circ$. Meskipun ada pengecualian untuk pengurangan kn yang besarnya sama namun kn lebih tepat daripada *tak ada definisi*.

b. Saran Penelitian lanjutan

Perlu dilakukan penelitian lanjut tentang bilangan khayal nol, khususnya untuk pengurangan kn yang besarnya sama dan penerapan yang lebih luas dari bilangan kn dalam bidang ilmu lain, seperti bidang teknologi (mesin, elektronika, elektro, atau yang lain).

Daftar Pustaka

- Naga, Dali S. 1980. Sejarah berhitung. Jakarta: Gramedia.
- Riyanto 1994. - : - = +; telaah deduktif. Jurnal Humaniora, Pendidikan dan sain. I(1). 144—152.

